

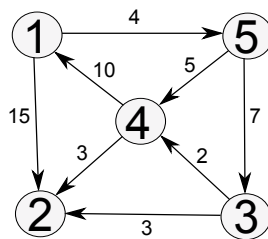
Examen de Théorie des Graphes
Durée 2h00

Problème (13 pts) Considérons la matrice d'adjacence d'un graphe G donnée comme suit.

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

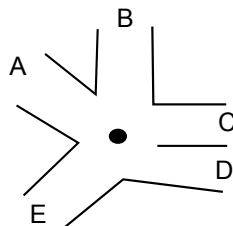
- I.**
1. Donner les degrés des sommets 2 et 4 à partir de la matrice (*i.e.* $d_G(2)$ et $d_G(4)$).
 2. Le graphe G est-il réflexif, transitif, antisymétrique, régulier ?
 3. G admet-il un circuit ? Justifier.
 4. G admet-il un partitionnement en niveaux ? Justifier.
 5. Calculer M^2 ; Que représente les éléments de sa diagonale ?
 6. Représenter le graphe G .
 7. G admet-il un cycle Eulerien ? Justifier.
 8. G admet-il un chemin Hamiltonien ? Justifier.
 9. Le graphe G est-il connexe ? G est-il fortement connexe ? S'il ne l'est pas, donner son graphe réduit.

II. Soit le graphe G' suivant :



1. Déterminer le plus court chemin allant du sommet 1 au sommet 2.
2. Considérons G'' qui est le graphe G' sans orientation des arcs. Déterminer l'arbre couvrant de poids minimum du graphe G'' .

Exercice 1. (4,5 pts) Le schéma suivant représente un carrefour



Le tableau suivant précise les franchissements possibles de ce carrefour :

En arrivant par ...	A	B	C	D	E
Il est possible d'aller en ...	C,E	A,E,D	A,D	C,A	C,D

Par contre, certains franchissements ne sont pas réalisables simultanément (franchissements qui se croisent). Par exemple, les franchissements $A - C$ et $B - E$ ne peuvent naturellement pas être autorisés simultanément.

1. Modéliser ces incompatibilités à l'aide d'un graphe dont les sommets représentent les franchissements possibles et les arêtes les incompatibilités entre franchissements.
2. Donner le nombre de franchissements compatibles possibles.
3. Donner les différents ensembles de franchissements compatibles. Quelle est la propriété de ces ensembles ?

Exercice 2. (2,5 pts) Soit G est un 1-graphe sans boucle d'ordre n et qui est régulier de degré r . Montrer que son graphe complémentaire \bar{G} est régulier, et de quel degré ?

** Afud igerrzen * Bon courage **